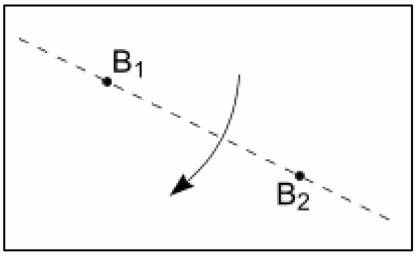
Geometrické axiomy pro skládání papíru

Jedním z rysů matematiky je axiomatická výstavba jednotlivých disciplín. Základem jsou axiomy. Jsou to výroky, které přijímáme za pravdivé bez důkazů. Je to řada pravdivých výroků, které jsou neodvoditelné a nedokazatelné a obsahují základní (primitivní) pojmy. Další pojmy již vyslovujeme pomocí definic a vět. Věta je výrok, jehož pravdivost je možno dokázat, jako důsledek dříve dokázaných vět, vyslovených definic a axiomů.

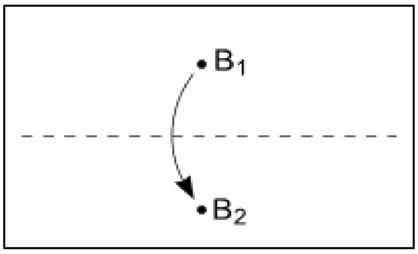
Stejně je vystavena i origami geometrie. Množinu axiomů origami formuloval italsko-japonský matematik Humiaki Huzita ve svém článku „*Chápání geometrie skrze axiomy origami*“ v roce 1992.

Než se ale pustíme do těchto axiomů, řekneme si co je to bod a přímka nebo-li hrana v origami geometrii. **Bod** vymodeluje dvojím přeložením papíru, je to průsečík dvou hran. **Hrana** vzniká přeložením papíru a nazýváme ji přímka. V některých úlohách je pro žáky lepší, aby si bod vyznačili stejně jako při konstrukci ve školské geometrii.

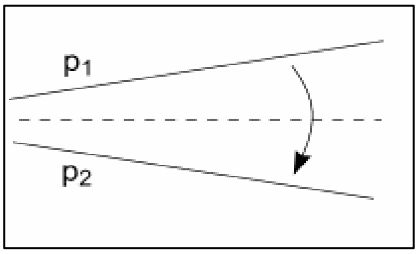
1. Jsou-li dány dva různé doby B_1 a B_2 můžeme složit hranu, která jimi prochází.



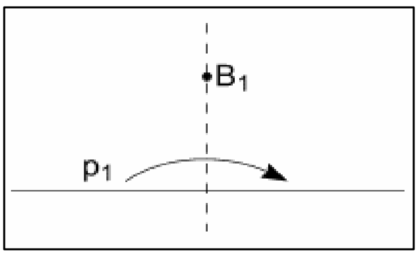
2. Jsou-li dány dva různé body B_1 a B_2 můžeme složit hranu tak, aby B_1 ležel na B_2.



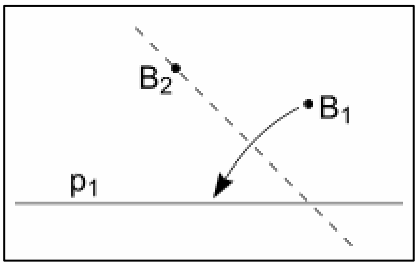
3. Jsou-li dány dvě různé hrany p_1 a p_2, můžeme složit hranu tak, aby p_1 ležela na p_2.



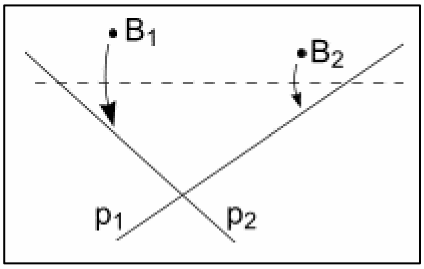
4. Je-li dán bod B_1 a hrana p_1, můžeme složit hranu, která je kolmá k hraně p_1 a zároveň prochází bodem B_1.



5. Jsou-li dány body B_1 a B_2 a hrana p_1 můžeme vymodelovat hranu tak, aby bod B_1 ležel na hraně p_1 a zároveň tato hrana procházela bodem P_2.



6. Jsou-li dány dva body B_1 a B_2 a dvě hrany p_1 a p_2, můžeme vymodelovat hranu tak, aby bod B_1 ležel na p_1 a bod B_2 ležel zároveň na p_2.



Tyto axiomy vlastně představují realizaci prováděných konstrukcí. Axiomy 1 – 4 jsou poměrně jednoduché a lze je také snadno provést i konstruktivní geometrií pomocí kružítka a pravítka. *<u>První axiom</u>* zaručuje to, že hrana je jednoznačně určena dvěma různými body. Hrana ve *<u>druhém axiomu</u>* je také jediná a je to osa úsečky B_1B_2. Bod B_1 je pak obrazem bodu B_2 v osové souměrnosti podle vymodelované osy.

<u>Třetím axiomem</u> vymodelujeme osu jedné dvojice vrcholových úhlů, které svírají dvě hrany tj. když jsou hrany různoběžné a jejich průsečík máme k dispozici. Problém by mohl nastat, pokud se hrany neprotnou na papíře, na kterém axiom modelujeme. Stačí si však jen uvědomit, že stále jde o nalezení osy úhlu, jehož vrchol bohužel nemáme k dispozici. V konstrukční geometrii by to mohlo žákům činit mírné potíže, ale pomocí překládání to není žádný problém. Hranu p_1 přeložíme tak, aby ležela na p_2, využijeme osovou souměrnost. Když budou hrany rovnoběžné, tak modelujeme osu pásu.

<u>Čtvrtý axiom</u> nám bohužel neříká zda bod B_1 náleží hraně p_1 nebo nenáleží, takže bychom měli brát v úvahu oba tyto případy. Jenže kolmá hrana procházející daným bodem k dané hraně je vždy jediná a nezáleží na poloze bodu. Takže přeložení této hrany také není nic složitého. Co když ale na papíře neleží pata kolmice? Stačí zkrátka sestrojit rovnoběžku q procházející bodem P a pak v bodě P na ní spustit kolmici. Je to přece kolmice také na přímku p.

Axiomy 5 a 6 už tak jednoduché nejsou a k jejich dalšímu zkoumání jsou potřeba středoškolské znalosti týkající se kuželoseček. Opakovaným použitím *<u>axiomu 5</u>* dostaneme několik bodů paraboly. Přímka, která prochází bodem B_2 je tečnou paraboly s ohniskem B_1 a řídící přímkou p_1.

Axiom 6 je dvojnásobný axiom 5. Vzniká zde další parabola, jejíž ohniskem je B_2 a řídící přímkou p_1. Výsledkem je tečna ke dvěma parabolám.